

## Практическая работа № 15

### Расчет количества выборок

**Цель работы:** научиться определять количество выборок, используя правила комбинаторики и основные формулы.

#### Содержание работы.

#### Основные понятия.

1 Правило суммы. Если элемент  $x$  можно выбрать  $n$  способами и если элемент  $y$  можно выбрать  $m$  способами, то выбор «либо  $x$ , либо  $y$ » можно осуществить  $n+m$  способами.

2 Правило произведения. Если элемент  $x$  можно выбрать  $n$  способами, и если после его выбора элемент  $y$  можно выбрать  $m$  способами, то выбор упорядоченной пары можно осуществить  $nm$  способами.

3 Правило включений и исключений: Если элемент  $A$  можно выбрать  $n$  различными способами и независимо от него элемент  $B$  можно выбрать  $m$  различными способами, причем множества элементов пересекаются, то выбрать все различные комбинации элементов « $A$  или  $B$ » можно по формуле:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

4 Правило включений и исключений: Если элемент  $A$  можно выбрать  $n$  различными способами, независимо от него элемент  $B$  можно выбрать  $m$  различными способами, а элемент  $C$   $k$  способами, причем множества элементов пересекаются, то выбрать все различные комбинации элементов « $A$  или  $B$  или  $C$ » можно по формуле:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

5 Размещением из  $n$  элементов по  $m$  называется любой упорядоченный набор из  $m$  различных элементов, выбранных из  $n$  элементов. Размещения могут отличаться друг от друга как элементами, так и их порядком.

6 Число размещений без повторений обозначается  $A_n^m$  и вычисляется

по формуле:  $A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$

7 Перестановкой из  $n$  элементов называется любой упорядоченный набор этих элементов. Перестановки отличаются друг от друга порядком элементов.

8 Число различных перестановок из  $n$  элементов обозначается  $P_n$  и вычисляется по формуле  $P_n = n!$

9 Сочетанием из  $n$  элементов по  $m$  называется любой неупорядоченный набор из  $m$  различных элементов, выбранных из  $n$  элементов. Сочетания могут отличаться друг от друга только элементами, но не порядком.

10 Число сочетаний обозначается  $C_n^m$  и вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

### **Задание**

#### **1 Исходные данные:**

Исследователь рынка сообщает следующие данные. Из 1000 опрошенных 811 нравится шоколад, 752 нравятся конфеты и 418 – леденцы, 570 нравится шоколад и конфеты, 356 – шоколад и леденцы, 348 – конфеты и леденцы, а 297 – все три вида сладостей. Показать, что в этой информации содержатся ошибки.

#### **Решение.**

а) Анализ условия и выбор способа решения:

В задаче имеется три множества: любители шоколада, любители конфет, любители леденцов, кроме того среди них есть любители двух или трех видов сладостей, значит при решении задачи надо применять правило включений и исключений.

б) Определение переменных в формуле:

A – любители шоколада,

B – любители конфет,

C – любители леденцов, тогда

$$A = 811$$

$$B = 752$$

$$C = 418$$

$$A \cap B = 570$$

$$A \cap C = 356$$

$$B \cap C = 348$$

$$A \cap B \cap C = 297$$

в) Вычисления по формуле:

Тогда количество опрошенных:

$$A \cup B \cup C = 811 + 752 + 418 - 570 - 356 - 348 + 297 = 1004$$

г) Ответ: По условию опросили 1000 человек, значит ошибка в количестве опрошенных.

## 2 Исходные данные:

В классе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?

### Решение.

а) Анализ условия и выбор способа решения:

В задаче имеется 10 объектов для выбора – учебные предметы, для выполнения условия задачи составления расписания используется 5 предметов, для расписания имеет значение порядок следования предметов, т.к. следующие расписания различны:

1 История	и	1 ОБЖ
2 Математика		2 Физическая культура
3 Физическая культура		3 История
4 Литература		4 Математика
5 ОБЖ		5 Литература

Значит следует использовать формулу размещений.

б) Определение переменных в формуле:

$$n = 10; m = 5$$

в) Вычисления по формуле:

$$A_n^m = A_{10}^5 = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 30240$$

г) Ответ: 30240 способов составления расписания.

### Задания к практической работе.

1 Сколькими способами можно выбрать две буквы: гласную и согласную из слова «здание»?

2 Бросают игральную кость с 6 гранями и запускают волчок, имеющий 8 граней. Сколькими различными способами могут они упасть?

3 Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материя 6 различных цветов?

4 Из состава конференции, на которой присутствуют 52 человека, надо избрать президиум в составе 5 человек и делегацию в составе 3 человек. Сколькими способами может быть произведен выбор, если члены президиума не могут войти в состав делегации?

5 Сколькими способами можно выбрать две буквы: гласную и согласную из слова «камзол»?

6 Всего в группе 45 студентов. Из них в футбольной секции состоят 25 человек, в баскетбольной – 30, в шахматной – 28. 16 студентов участвуют в футбольной и баскетбольной секции, 18 – в футбольной и шахматной, и 17 – в баскетбольной и шахматной. Сколько студентов участвуют во всех трех секциях?

7 Маша на свой день рождения пригласила в гости трех лучших подруг - Дашу, Глашу и Наташу. Когда все собрались, то по случаю дня рождения Маши решили обняться - каждая пара по одному разу. Сколько получилось разных пар?

8 На родительском собрании присутствует 20 человек. Сколько существует различных вариантов состава родительского комитета, если в него должны войти 5 человек?

9 Из 12 слов мужского рода, 9 женского и 10 среднего *нужно* выбрать по одному слову каждого рода. Сколькими способами может быть сделан этот выбор?

10 Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры не могут повторяться?

11 Семь девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

12 Имеется 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для посылки письма?

13 Перед нами 10 закрытых замков и 10 похожих ключей к ним. К каждому замку подходит только один ключ, но ключи смешались. Возьмем один из замков, назовем его первым и попробуем открыть его каждым из 10 ключей. В лучшем случае он откроется первым же ключом, а в худшем - только десятым. Сколько нужно в худшем случае произвести проб, чтобы открыть все замки?

14 В букинистическом магазине лежат 6 экземпляров романа И.С. Тургенева «Рудин», 3 экземпляра его же романа «Дворянское гнездо» и 4 экземпляра романа «Отцы и дети». Кроме того, есть 5 томов, содержащих романы «Рудин» и «Дворянское гнездо», 7 томов, содержащих романы «Дворянское гнездо» и «Отцы и дети», 3 тома, содержащие романы «Рудин» и «Отцы и дети», и 5 томов, содержащих все три романа. Сколькими способами можно сделать покупку, содержащую по одному экземпляру каждого из этих романов?

15 Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова «колокол»?

16 Из 7 человек надо выбрать 5 человек и разместить их на пяти занумерованных стульях (по 1 человеку на стуле). Сколькими способами это можно сделать?

17 Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?

18 Сколькими способами можно выбрать две буквы: гласную и согласную из слова «конверт»?

19 Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?

20 Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы слова «ингредиент»?

21 В поход ходили 80% учеников класса, а на экскурсии было 60% класса, причём каждый был в походе или на экскурсии. Сколько процентов класса были и там, и там?

22 Сколькими способами можно разложить восемь различных писем по восьми различным конвертам, если в каждый конверт кладется только одно письмо?

23 В первенстве России по футболу участвуют 17 команд. Разыгрываются золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами они могут быть распределены?

24 В классе 35 учеников. 20 из них занимаются в математическом кружке, 11 — в биологическом, а 10 ничем не занимаются. Сколько ребят занимаются и математикой, и биологией?

25 Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материя 6 различных цветов, если один из цветов должен быть красным?

26 Из состава конференции, на которой присутствуют 52 человека, надо избрать президиум в составе 5 человек и делегацию в составе 3 человек. Сколькими способами может быть произведен выбор, если члены президиума могут войти в состав делегации?

27 Сколькими способами можно расположить на книжной полке 6 томов детской энциклопедии?

28 В группе из 20 студентов, среди которых 2 отличника, надо выбрать 4 человека для участия в конференции. Сколькими способами можно выбрать этих четверых, если отличники обязательно должны попасть на конференцию?

29 Сколькими способами можно выбрать четыре детали из ящика, содержащего 10 деталей?

30 Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?

## ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы № 15

**Тема занятия:** *расчет количества выборок*

**Цель выполнения задания:** *закрепление правил комбинаторики и основных формул, овладение способами решения задач на определение количество выборок.*

**Необходимо знать:** *основные формулы и правила комбинаторики*

**Необходимо уметь:** *применять основные формулы и правила комбинаторики*

**Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение):** *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

**Компьютерные программы:** *Компьютерные программы не используются*

**Теория:** *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

**Порядок выполнения задания, методические указания:** - *ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

**Дополнительные задания:** *Могут быть сформулированы по ходу занятия*

**Содержание отчета:** *отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

**Контрольные вопросы:** 1 Что называется комбинаторикой? 2 Правило сложения. 3 Правило умножения. 4 Формула включения и исключения. 5 Что такое размещения? 6 Формула вычисления количества размещений без повторений. 7 Что такое перестановки? 8 Формула вычисле-

ния количества перестановок без повторений. 9 Что такое сочетания? 10  
Формула вычисления количества сочетаний без повторений. 11 Схема ре-  
шения комбинаторных задач.

**Литература:**

1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 2

2 В.П. Омельченко Математика, 2012, Ростов-на-Дону, Феникс

3 <http://wiki.kgpi.ru>

4 <http://rudocs.exdat.com>

5 <http://gendocs.ru>