Практическая работа № 11
Абсолютная и условная сходимость знакопеременных числовых рядов.

Цель работы: исследование числового ряда на абсолютную и условную сходимость.

Содержание работы.

Основные понятия.

1 Числовой ряд называется знакопеременным, если он содержит бесконечное множество как положительных, так и отрицательных членов.

2 Знакопеременный ряд $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ сходится, если сходится ряд $|a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n| + \ldots$. В этом случае знакопеременный ряд называют абсолютно сходящимся. Сходящийся знакопеременный ряд называют условно сходящимся, если ряд $|a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n| + \ldots$ расходится.

3 Теорема Лейбница: Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, если выполняются оба условия:

1) $|a_{n+1}| < |a_n|$

2) $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$

Задание

Исходные данные:

1 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{(2n+1)!}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

Общий член ряда $a_n = (-1)^{n+1} \frac{2^n}{(2n+1)!}$

$|a_n| = \frac{2^n}{(2n+1)}$. Исследуем этот ряд на сходимость, применим признак Далабера:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}(2n+1)!}{(2n+2+1)!2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2\cdot 2^n(2n+1)!}{(2n+3)!2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{(2n+2)(2n+3)} = 0$$

Следовательно, исходный ряд сходится абсолютно.

2 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5n-1}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

а) Применим признак Лейбница:

$$|a_{n+1}|=\frac{1}{5n+5-1}=\frac{1}{5n+4}<\frac{1}{5n-1}=|a_n|;\ \lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{5n-1}=0$$

Значит, ряд сходится

б) Рассмотрим сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^{n+1}}{5n-1}\right|=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n-1}$ используя признак сравнения:

$\frac{1}{5n-1}>\frac{1}{5n}$. Ряд $\frac{1}{5}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится, следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n-1}$ расходится

в) Таким образом, исходный ряд сходится условно.

3 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{3n+2}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

Применим признак Лейбница: $\lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\frac{2n+1}{3n+2}=\frac{2}{3}\neq 0$

Поэтому данный ряд расходится.

Задания к практической работе.

1	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$	**11**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$	**21**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n-15)}}$	**12**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{3^n}$	**22**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+1}{3^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$	**13**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{n!}$	**23**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(n+1)!}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$	**14**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$	**24**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$	**15**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n+3)^4}}$	**25**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^4}{4^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(n+2)!}$	**16**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$	**26**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{n!}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-9}$	**17**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-2)^2}}$	**27**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-9}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{3^n}$	**18**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+1}{3^n}$	**28**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n-3)^3}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n}{n!}$	**19**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{7^n}{(n+1)!}$	**29**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+4}{2^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-19}}$	**20**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5n-1}$	**30**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-12)^2}}$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы № 11

Тема занятия: *абсолютная и условная сходимость знакопеременных числовых рядов.*

Цель выполнения задания: *исследование числового ряда на абсолютную и условную сходимость*

Необходимо знать: *основные формулы и признаки сравнения знакопеременных числовых рядов*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и и признаки сравнения знакопеременных числовых рядов*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: - *ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *Могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: *1 Что такое знакопеременный числовой ряд? 2 Что такое абсолютно сходящийся числовой ряд? 3 Что такое условно сходящийся числовой ряд? 4 Признак Лейбница сходимости числового ряда.*

Литература:

1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 2

2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003

3 http://ru.wikipedia.org

4 http://www.math24.ru/alternating-series.html

5 http://abc.vvsu.ru/Books/t_chisl_r/page0003.asp

6 http://xplusy.isnet.ru/Files/Files_rjadi/Abs_i_usl.pdf

7 http://www.cleverstudents.ru/numerical_series.html