

Практическая работа № 13

Вычисление абсолютной и относительной погрешности

Цель работы: научиться производить вычисления с использованием абсолютной и относительной погрешности.

Содержание работы.

Основные понятия.

1 *Приближенным числом* a называется число, незначительно отличающееся от точного числа A и заменяющее последнее в вычислениях

2 Под абсолютной погрешностью Δ приближенного числа a понимается разность $\Delta = |A - a|$, отсюда следует, что A заключено в пределах $a - \Delta \leq A \leq a + \Delta$ или $A = a \pm \Delta$

3 Относительной погрешностью δ приближенного числа a называется отношение абсолютной погрешности Δ этого числа к модулю соответствующего точного числа $\delta = \frac{\Delta}{|A|}$.

Так как A обычно неизвестно, то на практике применяют оценку $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$

4 *Значащей цифрой* приближенного числа a называется всякая цифра в его десятичном представлении, отличная от нуля, и нуль, если он содержится между значащими цифрами или является представителем сохраненного десятичного разряда

5 n первых значащих цифр приближенного числа a являются *верными*, если абсолютная погрешность этого числа не превышает половины разряда, выражаемого n – й значащей цифрой, считая слева направо. Цифры, не являющиеся верными, называются *сомнительными*

6 Если положительное приближенное число a имеет относительную погрешность δ , то количество верных знаков n данного числа можно определить по формуле $N = 1 - \lg(a_m \delta)$, где a_m – старший десятичный разряд, и в качестве n взять ближайшее целое к N число.

7 Погрешности арифметических действий

$$\Delta(a + b) = \Delta(a - b) = \Delta(a) + \Delta(b)$$

$$\delta(a \times b) = \delta\left(\frac{a}{b}\right) = \delta(a) + \delta(b)$$

$$\delta(a^m) = m \times \delta(a)$$

8 Общая формула вычисления погрешности $\Delta\{f(x_1, x_2, \dots, x_n)\} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta(x_i)$

Задание

Исходные данные:

1 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла:

$$a = \int_1^2 \frac{dx}{x} \approx 0,719. \text{ Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.}$$

Решение:

а) найдем значение заданного интеграла с помощью непосредственного интегрирова-

ния: $y = \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^2 = \ln 2 \approx 0,693$

б) абсолютная погрешность: $\Delta = |y - a| = 0,719 - 0,693 = 0,026$

в) относительная погрешность: $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \cdot 100 = \frac{0,026}{0,719} \cdot 100 \approx 3,6\%$

2 Округлите сомнительные цифры приближенного числа x с относительной погрешностью δ , оставив в его записи только верные цифры: $x = 42,221$; $\delta = 0,5\%$.

Решение:

а) Найдем количество верных цифр числа x : $n = 1 - \lg(4 \cdot 0,005) \approx 2,699 = 3$

б) Округляем x до трех цифр $x = 42,2$

3 Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел $x = 42,22 \pm 0,001$; $y = 1,35 \pm 0,002$.

Решение:

а) $x + y = 42,22 + 1,35 \pm (0,001 + 0,002) = 43,57 \pm 0,003$;

б) $x - y = 42,22 - 1,35 \pm (0,001 + 0,002) = 40,87 \pm 0,003$;

в) найдем относительную погрешность x и y :

$$\delta_x = \frac{0,001}{42,22} \approx 0,00002; \quad \delta_y = \frac{0,002}{1,35} \approx 0,00148;$$

тогда $\delta = \delta_x + \delta_y = 0,00002 + 0,00148 = 0,0015$;

$$x \cdot y = 42,22 \cdot 1,35 \pm \Delta = 56,997 \pm \Delta; \quad \Delta = x \cdot y \cdot \delta \approx 0,085$$

$$x \cdot y = 42,22 \cdot 1,35 \pm 0,085$$

$$\frac{x}{y} = \frac{42,22}{1,35} \pm \Delta = 31,274 \pm \Delta; \quad \Delta = \frac{x}{y} \cdot \delta \approx 0,047$$

$$\frac{x}{y} = 31,274 \pm 0,047$$

Задания к практической работе.

1 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла:

$$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,198. \text{ Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.}$$

2 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла:

$$a = \int_1^2 \frac{dx}{x} \approx 0,719. \text{ Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.}$$

3 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла:

$$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,2188. \text{ Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.}$$

4 Дано число $a = 547,78$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

5 Дано число $a = 217,931$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

6 Дано число $a = 81,359$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,04$. Определить количество верных цифр числа a .

7 Найдите сумму и разность чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

8 Найдите произведение чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

9 Найдите частное чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

10 Найдите произведение чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

11 Найдите частное чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

12 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,198$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

13 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \frac{dx}{x} \approx 0,719$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

14 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,2188$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

15 Дано число $a = 547,78$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

16 Дано число $a = 217,931$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

17 Дано число $a = 81,359$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,04$. Определить количество верных цифр числа a .

18 Найдите сумму и разность чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

19 Найдите произведение чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

20 Найдите частное чисел $x = 35,49 \pm 0,002$; $y = 1,27 \pm 0,003$.

21 Найдите произведение чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

22 Найдите частное чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

23 Найдите произведение чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

24 Найдите частное чисел $x = 27,15 \pm 0,002$; $y = 16,22 \pm 0,003$

25 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,198$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

26 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \frac{dx}{x} \approx 0,719$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

27 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла: $a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,2188$. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

28 Дано число $a = 547,78$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

29 Дано число $a = 217,931$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,03$. Определить количество верных цифр числа a .

30 Дано число $a = 81,359$, определенное с абсолютной погрешностью $\Delta = 0,04$. Определить количество верных цифр числа a .

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы № 13

Тема занятия: *вычисление абсолютной и относительной погрешности*

Цель выполнения задания: *научиться производить вычисления с использованием абсолютной и относительной погрешности.*

Необходимо знать: *основные формулы и правила вычисления относительной и абсолютной погрешности*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила вычисления относительной и абсолютной погрешности*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *компьютерные программы не используются*

Теория: *для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: *- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: 1 Что такое приближенное число? 2 Что такое абсолютная погрешность? 3 Что такое относительная погрешность? 4 Что такое значащая цифра приближенного числа? 5 Какие цифры считаются верными? 6 Какие цифры считаются сомнительными? 7 Формула вычисления количества верных знаков данного числа. 8 Как определять погрешности при арифметических действиях с приближенными числами?

Литература:

- 1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 2
- 2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003
- 4 <http://ru.wikipedia.org>
- 5 <http://orloff.am.tpu.ru/matlab>
- 6 http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Science/biruk
- 7 <http://wiki.auditory.ru>