

Практическая работа № 14

Операции над множествами.

Цель работы: Выполнение операций над множествами.

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Множество - это совокупность, класс отличающихся друг от друга объектов, объединенных каким-либо общим свойством. Объекты, входящие в эту совокупность, называются элементами множества.

2 Существует два основных способа задания неупорядоченных множеств:

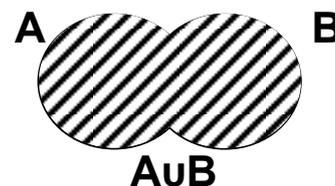
- перечисление всех его элементов;
- описание характеристического (общего) свойства его элементов

3 Если каждый элемент множества A принадлежит множеству B , то A называют подмножеством множества B . Обозначения: $A \subseteq B$ (A принадлежит B , A включено в B , A содержится в B и т.д.), $B \supseteq A$ (B включает A , B содержит A и т.д.).

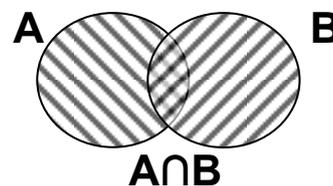
4 Если $A \subseteq B$ и существует хотя бы один элемент множества B , не принадлежащий множеству A , то A – собственная часть B , т.е. A строго включается в B . Обозначение: $A \subset B$.

5 Множества A и B называются равными, если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$. Обозначение: $A = B$.

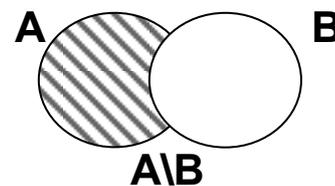
6 Объединением (суммой множеств A и B называется множество, обозначаемое через $A \cup B$, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A или B . Краткая запись: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера – Венна:



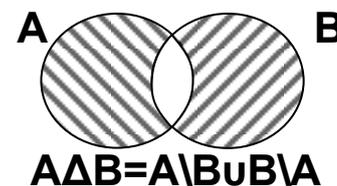
7 Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество, обозначаемое через $A \cap B$ и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат множеству A и множеству B . Краткая запись: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера- Венна:



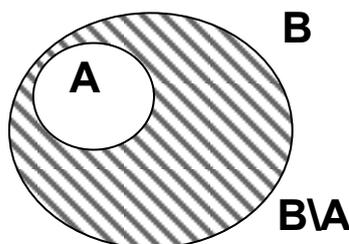
8 Разностью множеств A и B называется множество, обозначаемое через $A \setminus B$ и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат A и не принадлежат B . Краткая запись: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера- Венна:



9 Симметрической разностью множеств A и B называется множество, обозначаемое $A \Delta B$ и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат $A \setminus B$ или $B \setminus A$.
 Краткая запись: $A \Delta B = \{x \mid x \in A \setminus B \text{ или } x \in B \setminus A\}$.
 Соответствующая диаграмма Эйлера-Венна:



10 Если множество $A \subseteq B$, то разность $B \setminus A$ называется дополнением множества A до множества B . Соответствующая диаграмма Эйлера-Венна:



11 Если U – универсальное множество и $A \subseteq U$, то разность $U \setminus A$ называется дополнением множества A до множества U и обозначается \bar{A} . Краткая запись: $\bar{A} = \{x \mid x \in U \text{ и } x \notin A\}$.

Пример выполнения:

Исходные данные:

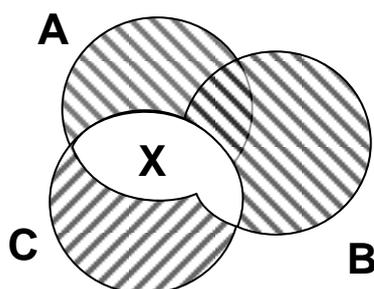
Даны множества $A = \{a, e, f, j, k\}$, $B = \{f, i, j, l, y\}$, $C = \{j, k, l, y\}$, $D = \{i, j, s, t, u, y, z\}$. Найдите множества $X = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ и $Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$. Составьте диаграммы Венна.

Решение:

1 Определим элементы множества $X = (A \cap C) \cup (B \cap C)$. Для этого найдем сначала пересечение множеств $(A \cap C)$. Элементы j и k одновременно принадлежат множеству A и C , следовательно, $(A \cap C) = \{j, k\}$. Аналогично, $(B \cap C) = \{j, l, y\}$. Таким образом, объединение $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{j, k, l, y\}$.

Для построения диаграммы Венна рассмотрим, как связаны между собой множества A , B и C ; в примере все три множества пересекаются между собой:

$$(A \cap B) = \{f, j\}; (A \cap C) = \{j, k\}; (B \cap C) = \{j, l, y\}; (A \cap B \cap C) = \{j\}$$

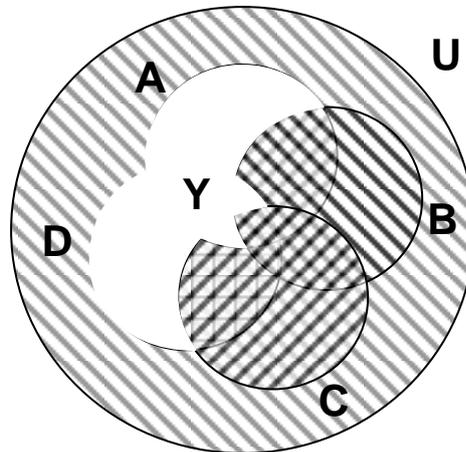


2 Определим элементы множества $Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$. Найдем дополнение В. Универсальное множество по условию задания состоит их 26 букв $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$. Если отсюда исключить 5 элементов множества В, то получим множество \bar{B} из 21 элемента $\{a, b, c, d, e, g, h, k, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, z\}$. Пересечение множеств $(A \cap \bar{B})$ состоит из элементов $\{a, e, \kappa\}$, т.е. всех элементов множества А, которые не принадлежат В. Для нахождения разности множеств $D \setminus C$ вычеркнем из множества $D = \{i, j, s, t, u, y, z\}$ элементы $\{j, y\}$, принадлежащие $C = \{j, k, l, y\}$. Получим $D \setminus C = \{i, s, t, u, z\}$. В итоге $Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C) = \{a, e, i, k, s, t, u, z\}$

Строим диаграмму Венна:

$$(A \cap B) = \{f, j\}; (A \cap C) = \{j, k\}; (A \cap D) = \{j\}; (B \cap C) = \{j, l, y\}; (B \cap D) = \{i, j, y\}; (C \cap D) = \{j, y\};$$

$$(A \cap B \cap C \cap D) = \{j\}$$



Задания к практической работе.

1	$A=\{b, e, f, k, t\}; B=\{f, i, j, p, y\};$ $C=\{j, k, l, y\}; D=\{i, j, s, t, u, y, z\};$ $X=(A \cap C) \cup (B \cap C),$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$	8	$A=\{c, m, n, o, q\}; B=\{c, d, m, w\};$ $C=\{m, n, q\}; D=\{c, m, p\};$ $X=(A \cup B) \cap C,$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$
2	$A=\{a, h, m, o, r\}; B=\{j, k, o, u, y\};$ $C=\{g, h, j\}; D=\{g, j, q\};$ $X=(A \cap C) \cup (D \cap B),$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$	9	$A=\{b, d, l, p\}; B=\{b, d, e, l, p, x\}$ $C=\{k, l, p, t\}; D=\{d, k, o, p, q, u, v\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cap D),$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$
3	$A=\{c, e, h, n\}; B=\{e, f, k, n, x\};$ $C=\{b, c, h, p, r, s\}; D=\{b, e, g\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cup D),$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$	10	$A=\{a, b, f, g, i\}; B=\{c, f, g, i, s, v\};$ $C=\{a, g, h, i\}; D=\{f, w, x\};$ $X=(A \cap B) \cup C,$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$
4	$A=\{b, f, g, m, o\}; B=\{b, g, h, l, u\};$ $C=\{e, f, m\}; D=\{e, g, l, p, q, u, v\};$ $X=(A \cap C) \cup B,$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$	11	$A=\{b, c, h, l, j\}; B=\{e, h, l, s, w\};$ $C=\{a, b, j, k, l, m\}; D=\{a, h, l, w, x\};$ $X=(A \setminus C) \cap \bar{B},$ $Y=(A \cap \bar{B}) \cup (C \setminus D)$
5	$A=\{a, e, f, i\}; B=\{a, b, k, n\};$ $C=\{e, f, n, o, w, x\}; D=\{a, d, e, o, p, t, u\};$ $X=(A \cup B) \cap D,$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$	12	$A=\{a, b, h, j, l\}; B=\{b, c, h, l, r, v\};$ $C=\{j, k, n, t, z\}; D=\{b, i, k, v, w\};$ $X=(A \cup B) \cap C,$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$
6	$A=\{a, h, k\}; B=\{c, d, h, p, r\};$ $C=\{h, i, s\}; D=\{c, g, j, v, w\};$ $X=(A \cup B) \cap C,$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$	13	$A=\{a, d, k, l, o, s\}; B=\{d, e, k, s, u, x\};$ $C=\{o, p, w\}; D=\{d, n, r, y, z\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cap D),$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$
7	$A=\{a, b, g, k, m, p\}; B=\{b, e, f, l, r\};$ $C=\{k, l, w, x\}; D=\{e, j, o, p, q, u, v\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cup D),$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$	14	$A=\{a, f, l, n, o\}; B=\{f, g, o, p, z\};$ $C=\{i, j, u, w\}; D=\{f, h, n, t, u, y, z\};$ $X=(A \cap B) \cup C,$ $Y=(\bar{A} \cap \bar{B}) \setminus (C \cup D)$

15	$A=\{a, b, h, k, o, r\}; B=\{b, g, h, l, s\};$ $C=\{k, l, z\}; D=\{g, j, p, q, u, v\};$ $X=(A \cap C) \cup B;$ $Y=(\overline{A \cap B}) \setminus (C \cup D)$	23	$A=\{a, e, g, o, p\}; B=\{e, h, i, o, u\};$ $C=\{g, h, p, s, t, w\}; D=\{f, h, n, s, t, x, y\};$ $X=(A \setminus C) \cap \overline{B};$ $Y=(\overline{A \cap B}) \setminus (C \cup D)$
16	$A=\{b, k, n, o, q\}; B=\{a, b, k, u\};$ $C=\{o, p\}; D=\{a, m, n, y, z\};$ $X=(A \cup B) \cap D;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$	24	$A=\{a, b, c, d, e, r\}; B=\{b, c, d, f, n, y\};$ $C=\{b, c, h, k, l, s\}; D=\{a, b, r, s, w, x\};$ $X=(A \cup D) \cap C;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$
17	$A=\{b, e, g, h, k, s\}; B=\{c, g, p, q\};$ $C=\{f, g, s, x, y, z\}; D=\{a, c, d, g, u, v, z\};$ $X=(A \cup B) \cap C;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$	25	$A=\{a, b, c, e, t\}; B=\{b, c, d, e, m, u\};$ $C=\{b, c, f, g, h, u\}; D=\{a, d, q, r, v, w\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cap D);$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$
18	$A=\{b, d, f, g, l, u\}; B=\{d, e, f, m, n, z\};$ $C=\{h, i, r, x, y\}; D=\{a, e, f, k, r, s, x\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cup D);$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$	26	$A=\{b, d, j, n, t, v\}; B=\{f, g, j, r, t, x\};$ $C=\{o, p, x\}; D=\{a, f, m, s, x, y\};$ $X=(A \cap B) \cup C;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$
19	$A=\{b, c, g, l, w\}; B=\{e, g, h, q, w\};$ $C=\{c, d, k, l, y\}; D=\{a, g, h, u, v, z\};$ $X=(A \cap C) \cup B;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$	27	$A=\{a, b, d, l, x\}; B=\{d, e, h, i, n, u\};$ $C=\{e, f, m, n\}; D=\{a, c, h, k, r, s, w, x\};$ $X=(A \setminus C) \cap \overline{B};$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (C \setminus B)$
20	$A=\{c, g, h, k, y\}; B=\{a, b, k, n, u\};$ $C=\{i, j, o, y, z\}; D=\{a, b, f, g, y, z\};$ $X=(A \cup B) \cap D;$ $Y=(\overline{A \cap D}) \cup (\overline{C \setminus B})$	28	$A=\{c, d, k, l, m, z\}; B=\{b, c, d, n, w\};$ $C=\{m, n, y\}; D=\{b, j, l, r, s, w, x\};$ $X=(A \cup D) \cap C;$ $Y=(A \setminus D) \cup (\overline{C \setminus B})$
21	$A=\{c, g, h, i, j\}; B=\{c, d, i, o, s\};$ $C=\{i, j, r, z\}; D=\{b, c, f, i, w, x\};$ $X=(A \cup B) \cap C;$ $Y=(A \setminus D) \cup (\overline{C \setminus B})$	29	$A=\{c, f, h, l, o\}; B=\{d, e, f, p, w\};$ $C=\{j, k\}; D=\{b, d, g, k, t, u, y, z\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cap D);$ $Y=(A \setminus D) \cup (\overline{C \setminus B})$
22	$A=\{c, f, g, k\}; B=\{e, f, g, m, q\};$ $C=\{h, i, r, w, x\}; D=\{b, e, j, u, v, z\};$ $X=(A \setminus B) \cap (C \cup D);$ $Y=(A \setminus D) \cup (\overline{C \setminus B})$	30	$A=\{b, c, h, o\}; B=\{d, f, g, o, v, y\};$ $C=\{d, e, j, k\}; D=\{a, b, f, g\};$ $X=(A \cap B) \cup C;$ $Y=(A \setminus D) \cup (\overline{C \setminus B})$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы № 14

Тема занятия: *Операции над множествами.*

Цель выполнения задания: *выполнение операций над множествами.*

Необходимо знать: *основные понятия, формулы и правила теории множеств*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила теории множеств*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *Компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: - *ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: 1 Что такое множество? 2 Что такое элемент множества? 3 Способы задания множества 4 Что такое подмножество? 5 Какие множества называются равными? 6 Что такое пересечение множеств? 7 Что называется объединением множеств? 8 Что называется разностью множеств? 9 Что называется симметрической разностью множеств? 10 Что называется дополнением?

Литература:

- 1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 1
- 2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003
- 3 Н.В. Богомолов Сборник задач по математике, -М, 2006
- 4 <http://www.mathprofi.ru>
- 5 <http://www.allmath.ru>
- 6 <http://ru.wikipedia.org>