

Евклид

Содержание

СОДЕРЖАНИЕ.....	1
МАТЕМАТИКА В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ	2
БИОГРАФИЯ.....	2
ТРУДЫ ЕВКЛИДА	3
ЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ И V ПОСТУЛАТ.....	5
ПОПЫТКИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА.....	5
ГРЕЧЕСКИЙ ТЕКСТ НАЧАЛ.....	7
ЛАТИНСКИЙ ТЕКСТ НАЧАЛ.....	9

Математика в Древней Греции

Умственное развитие, а вместе с ним и развитие науки никогда не шло во всём человечестве равномерно. В то время как одни народы стояли во главе умственного движения человечества, другие оказывались едва вышедшими из первобытного состояния. Когда у последних вместе с улучшением условий их жизни, появлялись, под действием внутренних или внешних импульсов, стремления к приобретению знаний, тогда они должны были прежде всего догонять передовые племена. Если в то же время передовые племена, достигнув высшей доступной им по их способностям или по созданным для них историей условиям жизни степени развития, вырождались и падали, в умственном развитии всего человечества происходил застой или даже видимый временный упадок: приобретение новых знаний прекращалось и умственная работа человечества сводилась единственно к упомянутому усвоению отставшими племенами знаний, уже приобретённых человечеством. Только по достижении этого усвоения отставшие племена получали возможность вести далее дело приобретения новых знаний и через это, в свою очередь, становиться во главе умственного движения человечества. Таким образом, в истории умственной деятельности каждого народа, когда-нибудь занимавшего место в ряду передовых деятелей человечества и затем свершившего весь свой жизненный цикл, исследователь должен различать три периода: период усвоения знаний, уже приобретённых человечеством; период самостоятельной деятельности в общей всему человечеству области приобретения новых знаний и, наконец, период упадка и умственного вырождения. Обращаясь от этого общего рассмотрения хода умственного развития человечества к той из отдельных его областей, которая представляется развитием М., мы находим, что при современном состоянии историко-математических знаний нам доступно изучение вполне завершённого цикла деятельности отдельного народа в области развития М. только на одной нации, на древних греках.

Биография



О жизни этого ученого почти ничего не известно. До нас дошли только отдельные легенды о нем. Первый комментатор «Начал» Прокл (V век нашей эры) не мог указать, где и когда родился и умер Евклид. По Проклу, «этот ученый муж» жил в эпоху царствования Птолемея I. Некоторые биографические данные сохранились на страницах арабской рукописи XII века: «Евклид, сын Наукрата, известный под

именем «Геометра», ученый старого времени, по своему происхождению грек, по местожительству сириец, родом из Тира».

Одна из легенд рассказывает, что царь Птолемей решил изучить геометрию. Но оказалось, что сделать это не так-то просто. Тогда он призвал Евклида и попросил указать ему легкий путь к математике. «К геометрии нет царской дороги», — ответил ему ученый. Так в виде легенды дошло до нас это ставшее крылатым выражение.

Царь Птолемей I, чтобы возвеличить свое государство, привлекал в страну ученых и поэтов, создав для них храм муз — Мусейон. Здесь были залы для занятий, ботанический и зоологический сады, астрономический кабинет, астрономическая башня, комнаты для уединенной работы и главное — великолепная библиотека. В числе приглашенных ученых оказался и Евклид, который основал в Александрии — столице Египта — математическую школу и написал для ее учеников свой фундаментальный труд.

Именно в Александрии Евклид основывает математическую школу и пишет большой труд по геометрии, объединенный под общим названием «Начала» — главный труд своей жизни. Полагают, что он был написан около 325 года до нашей эры.

Умер Евклид между 275 и 270 до н. э. (*Самин Д. К. 100 великих ученых*)

Труды Евклида

Предшественники Евклида — Фалес, Пифагор, Аристотель и другие много сделали для развития геометрии. Но все это были отдельные фрагменты, а не единая логическая схема.

Как современников, так и последователей Евклида привлекала систематичность и логичность изложенных сведений. «Начала» состоят из тринадцати книг, построенных по единой логической схеме. Каждая из тринадцати книг начинается определением понятий (точка, линия, плоскость, фигура и т. д.), которые в ней используются, а затем на основе небольшого числа основных положений (5 аксиом и 5 постулатов), принимаемых без доказательства, строится вся система геометрии.

В то время развитие науки и не предполагало наличия методов практической математики. Книги I—IV охватывали геометрию, их содержание восходило к трудам пифагорейской школы. В книге V разрабатывалось учение о пропорциях, которое примыкало к Евдоксу Книдскому. В книгах VII—IX содержалось учение о числах, представляющее разработки пифагорейских первоисточников. В книгах X—XII содержатся определения площадей в плоскости и про-

странстве (стереометрия), теория иррациональности (особенно в X книге); в XIII книге помещены исследования правильных тел, восходящие к Теэтету.

«Начала» Евклида представляют собой изложение той геометрии, которая известна и поныне под названием евклидовой геометрии. Она описывает метрические свойства пространства, которое современная наука называет евклидовым пространством. Евклидово пространство является ареной физических явлений классической физики, основы которой были заложены Галилеем и Ньютоном. Это пространство пустое, безграничное, изотропное, имеющее три измерения. Евклид придал математическую определенность атомистической идее пустого пространства, в котором движутся атомы. Простейшим геометрическим объектом у Евклида является точка, которую он определяет как то, что не имеет частей. Другими словами, точка — это неделимый атом пространства.

Бесконечность пространства характеризуется тремя постулатами:

«От всякой точки до всякой точки можно провести прямую линию».
«Ограниченную прямую можно непрерывно продолжить по прямой».
«Из всякого центра и всяким раствором может быть описан круг».

Учение о параллельных и знаменитый пятый постулат («Если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы меньшие двух прямых, то продолженные неограниченно эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых») определяют свойства евклидова пространства и его геометрию, отличную от неевклидовых геометрий.

Обычно о «Началах» говорят, что после Библии это самый популярный написанный памятник древности. Книга имеет свою, весьма примечательную историю. В течение двух тысяч лет она являлась настольной книгой школьников, использовалась как начальный курс геометрии. «Начала» пользовались исключительной популярностью, и с них было снято множество копий трудолюбивыми писцами в разных городах и странах. Позднее «Начала» с папируса перешли на пергамент, а затем на бумагу. На протяжении четырех столетий «Начала» публиковались 2500 раз: в среднем выходило ежегодно 6—7 изданий. До XX века книга считалась основным учебником по геометрии не только для школ, но и для университетов.

«Начала» Евклида были основательно изучены арабами, а позднее европейскими учеными. Они были переведены на основные мировые языки. Первые подлинники были напечатаны в 1533 году в Базеле Любопытно, что первый перевод на английский язык, относящийся к 1570 году, был сделан Генри Биллингвеем, лондонским купцом

Евклиду принадлежат частично сохранившиеся, частично реконструированные в дальнейшем математические сочинения. Именно он ввел алгоритм для

получения наибольшего общего делителя двух произвольно взятых натуральных чисел и алгоритм, названный «счетом Эратосфена», — для нахождения простых чисел от данного числа.

Евклид заложил основы геометрической оптики, изложенные им в сочинениях «Оптика» и «Катоптрика». Основное понятие геометрической оптики — прямолинейный световой луч. Евклид утверждал, что световой луч исходит из глаза (теория зрительных лучей), что для геометрических построений не имеет существенного значения. Он знает закон отражения и фокусирующее действие вогнутого сферического зеркала, хотя точного положения фокуса определить еще не может. Во всяком случае в истории физики имя Евклида как основателя геометрической оптики заняло надлежащее место.

У Евклида мы встречаем также описание монохорда — однострунного прибора для определения высоты тона струны и ее частей. Полагают, что монохорд придумал Пифагор, а Евклид только описал его («Деление канона», III век до нашей эры).

Евклид со свойственной ему страстью занялся числительной системой интервальных соотношений. Изобретение монохорда имело значение для развития музыки. Постепенно вместо одной струны стали использоваться две или три. Так было положено начало созданию клавишных инструментов, сначала клавесина, потом пианино, А первопричиной появления этих музыкальных инструментов стала математика.

Конечно, все особенности евклидова пространства были открыты не сразу, а в результате многовековой работы научной мысли, но отправным пунктом этой работы послужили «Начала» Евклида. Знание основ евклидовой геометрии является ныне необходимым элементом общего образования во всем мире.

Евклидова геометрия и V постулат

Евклидова геометрия (старое произношение — «Эвклидова») — привычная геометрия, изучаемая в школе. Обычно относится к двум или трём измерениям, хотя можно говорить о многомерном евклидовом пространстве. Евклидова геометрия названа в честь древнегреческого математика Евклида. В его книге «Начала», в частности систематически описывается геометрия евклидовой плоскости.

Попытки доказательства

Пятый постулат резко выделяется среди других, вполне очевидных (см. Начала Евклида). Он больше похож на сложную, неочевидную теорему. Евклид, вероятно, сознавал это, и поэтому первые 28 предложений в «Началах» доказываются без его помощи.

Математики с давних времён пытались „улучшить Евклида“ — либо исключить пятый постулат из числа исходных утверждений, то есть доказать его, опираясь на остальные постулаты и аксиомы, либо заменить его другим, столь же очевидным, как другие постулаты. Надежду на достижимость этого результата поддерживало то, что IV постулат Евклида (все прямые углы равны) действительно оказался лишним — он был строго доказан как теорема и исключён из перечня аксиом.

За два тысячелетия было предложено много доказательств пятого постулата, но в каждом из них рано или поздно обнаруживался порочный круг: оказывалось, что среди явных или неявных посылок содержится утверждение, которое не удаётся доказать без использования того же пятого постулата.

Первое дошедшее до нас упоминание о такой попытке сообщает, что этим занимался Клавдий Птолемей, но детали его доказательства неизвестны. Прокл (V век н. э.) приводит собственное доказательство, опираясь на допущение, что расстояние между двумя непересекающимися прямыми есть ограниченная величина; впоследствии выяснилось, что это допущение равносильно пятому постулату.

После упадка античной культуры V постулатом занялись математики стран ислама. Доказательство аль-Аббаса аль-Джаухари, ученика аль-Хорезми (IX век) [3], неявно подразумевало: если при пересечении двух прямых какой-либо третьей накрест-лежащие углы равны, то то же имеет место при пересечении тех же двух прямых любой другой. И это допущение равносильно V постулату.

Сабит ибн Курра (IX век) дал 2 доказательства; в первом он опирается на предположение, что если две прямые удаляются друг от друга с одной стороны, они обязательно приближаются с другой стороны. Во втором - исходит из существования равноотстоящих прямых, причём этот факт ибн Курра пытается вывести из представления о "простом движении", т. е. о равномерном движении на фиксированном расстоянии от прямой (ему представляется очевидным, что траектория такого движения — тоже прямая) [4]. Каждое из двух упомянутых утверждений Ибн Курры эквивалентно V постулату.



Четырёхугольник Ламберта

Аналогичную ошибку сделал ибн аль-Хайсам, но он впервые рассмотрел фигуру, позже получившую название „четырёхугольник Ламберта“ — четырёхугольник, у которого три внутренних угла — прямые. Он сформулировал три возможных варианта для четвёртого угла: острый, прямой, тупой. Обсуждение этих трёх гипотез, в разных вариантах, многократно возникало в позднейших исследованиях.

Поэт и математик Омар Хайям подверг критике попытки ввести в геометрию механическое движение. Он предложил заменить V постулат на другой, более простой: две сходящиеся прямые пересекаются, и невозможно, чтобы две сходящиеся прямые расходились в направлении схождения. Каждая из двух частей этого утверждения равносильно постулату Евклида [5].

Насир ад-Дин ат-Туси предложил аналогичное построение [6]. Отметим, что сочинения ат-Туси стали известны Джону Валлису, и тем самым сыграли роль в развёртывании исследований по неевклидовой геометрии в Европе.

Первую в Европе известную нам попытку доказательства аксиомы параллельности Евклида предложил живший в Провансе (Франция) Гертонид (он же Леви бен Гершом, XIV век). Его доказательство опиралось на утверждение о существовании прямоугольника [7].

К XVI веку относится доказательство учёного-иезуита Христофора Клавуса. Доказательство его, как и у ибн Курры, основывалось на утверждении, что линия, равноотстоящая от прямой — тоже прямая [8].

Валлис в 1693 г. в одной из своих работ воспроизводит перевод сочинения ат-Туси и предлагает эквивалентную, но более простую формулировку: существуют подобные, но не равные фигуры. Клеро в своих «Началах геометрии» (1741), как и Гертонид, вместо V постулата взял его эквивалент „существует прямоугольник“ [9].

В целом можно сказать, что все перечисленные попытки принесли немалую пользу: была установлена связь между V постулатом и другими утверждениями, были отчётливо сформулированы две альтернативы V постулату — гипотезы острого и тупого угла.

Греческий текст Начал.

При раскопках античных городов найдено несколько папирусов, содержащих небольшие фрагменты Начал Евклида. Самый известный был найден на развалинах древнего города Охуrһunchus, вблизи современной деревни Behnesa (примерно в 110 милях вверх по Нилу от Каира и в 10 милях к западу от него) в 1896-1897 и содержит формулировку II прор. 5 с рисунком.



На их основе текст Начал был реконструирован [Гейбергом \(J.L. Heiberg\)](#) в конце 19 века, ее методы подробно описаны Хизом ([T. L. Heath](#)). В этом виде Начала Евклида представляют собой 13 книг и 2 подложные, каждая книга начинается с определений (*definitio*), затем следуют предложения-теоремы (*propositio*). После каждого предложения следует изложение (*enunciatio*) и доказательство; почти каждое предложение снабжено одним рисунком. В некоторых книгах между определениями и предложениями вставлены аксиомы (*axiom*) и постулаты (*postulate*). Определения, аксиомы, постулаты и предложения пронумерованы, напр., I def. 2 – второе определение перовой книги.

Гейберг использовал в своей реконструкции 8 манускриптов, датированных сейчас 9-11 веками. Из этих манускриптов семь в своем заглавии имеют пометку “из издания Теона” или “из лекций Теона” и поэтому называются Теоновскими. Ватиканский манускрипт такой пометки не имеет и считается неподверженным редакции Теона. Теоновские манускрипты разнятся между собой, и общих признаков, отличающих их от ватиканского манускрипта не много (наиболее существенный концовка IV книги). На полях манускриптов имеются многочисленные комментарии, взятые частично из комментариев Прокла, которые вписывают Начала в контекст греческой культуры, напр., сообщается о том, что Пифагор, открыв свою теорему, принес в жертву быков.

История обретения византийских манускриптов темна. Вероятно, они попали в Европу еще в 16 веке, но не были опубликованы. В первом издании греческого текста, осуществленном Йоханом Хервагеном (Johann Herwagen) между 1533 и 1558 под редакцией Симона Гринера (Simon Gryner, он же Grynaeus, профессор греческого в базельском университете), использованы манускрипты, которые, по мнению Гейберга, представляют собой весьма плохие копии 16 века. Лишь в 1808 Пейрар (F. Peyrard) во время наполеоновских экспроприаций нашел три манускрипта в Ватикане и среди них важнейший ватиканский.

Латинский текст Начал

В Европе *Начала* Евклида на латинском языке были хорошо известны и в Средние века, и в эпоху Возрождения, однако далеко не в привычном теперь виде. Средневековые латинские трактаты, содержащие фрагменты Начал Евклида, каталогизированы Фолкертсом (Dr. Menso Folkerts). В этом каталоге манускрипты разделены на след. группы:

1 Геометрия Боэция. Трактаты этой группы начинаются словами “*Incipit Geometriae Boetii*”, имеют ряд общих признаков, хотя их тексты значительно расходятся. Текст занимает пять-шесть рукописных листов. Доказательства предложений отсутствуют, однако имеются иллюстрации с дополнительными построениями. Иногда доказательствами снабжаются только первые три теоремы. Первым определением предшествует утверждение о том, что основа геометрии в измерении длин, высот и ширин, после этого евклидовы определения приобретают другой смысл, напр., линия – объект, длину которого измеряют, а ширину нет и т.д. Язык не засорен арабскими терминами, поэтому считается, что геометрия Боэция - прямой перевод с греческого на латинский. Опубликован манускрипт из Люнибурга

2 Геометрия Аделарда (Adelard) составляет большой класс манускриптов, написанных разными авторами в разное время. Наибольшая подгруппа, названная как Adelard II, содержит все 15 книг Начал Евклида, впрочем, сохранность манускриптов такова, что говорить об этом нужно с осторожностью. Характерная черта – наличие доказательств, причем в лучших манускриптах доказательства предшествуют изложению (*enucatio*); некоторые доказательства даны подробно, другие лишь намечены. Некоторые изложения (*enunciatio*) в Adelard II буквально воспроизводят Боэция, другие имеют иную формулировку часто с арабскими эквивалентами вместо латинских терминов. Текст значительно разнится от манускрипта к манускрипту (в книгах VII-IX и XI-XIII доказательства особенно разнятся), так, что в средние века не было канонического текста для Adelard II, который все время дополнялся и улучшался. Стоит подчеркнуть, что доказательства отличаются способом выражения, но не математической сутью. В течение всего 12 века шла работа по улучшению доказательств.

3 Геометрия Кампано (Campanus) – комплекс рукописей 13-15 вв. В этой версии Начала весьма схожи с византийскими манускриптами и вполне могут рассматриваться как довольно точный перевод, засоренный арабскими терминами (напр., параллелепипед назван *belmaui*). Это издание представляет собой 15 книг, формулировки предложений близки к Adelard II, но доказательства следуют за изложением. В заглавии манускриптов обычно отождествлены Евклид, автор *Начал*, и ученик Сократа философ Евклид Мегарский, упомяну-

тый Диогеном Лаэртским, ныне считающиеся разными историческими персонажами.

Печатные издания Начал Евклида каталогизированы Томасом-Стэнфордом. Первое печатное издание *Начал* было осуществлено Эрхардом Ратдольтом (Erhard Ratdolt) в Венеции в 1482 и оно воспроизводило *Начала* в обработке Кампано. Следующее издание, которое не копируют первое, было осуществлено Бартоломео Замберти 1505. Из предисловия известно, что Замберти переводил греческий манускрипт, передающий *Начала* в обработке Теона, однако, Гейбергу не удалось его идентифицировать.

В 16 веке считалось, что Евклиду принадлежат лишь формулировки теорем, доказательства же были придуманы позже; были распространены издания *Начал* без доказательств и издания, сравнивающие доказательства Кампана и Замберти. Этот взгляд имел вполне твердую основу: в начале 16 века была издана геометрия Боэция, которая тоже являлась переводом *Начал* Евклида, но доказательств в этом издании не содержалось. Отмечалось также, что использование в доказательствах буквенных обозначений подразумевает знакомство с буквенной алгеброй. Это мнение было отвергнуто в 17 веке.