Практическая работа № 17

Сходимость числовых рядов

Цель работы: исследование числового ряда на сходимость.

Содержание работы

Основные понятия

1 Сумма членов бесконечной числовой последовательности называется числовым рядом. $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$

При этом числа $a_1; a_2; a_3 \ldots$ будем называть членами ряда, а a_n – общим членом ряда.

2 Суммы $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $n = 1, 2, \ldots$ называются частными (частичными) суммами ряда. Таким образом, возможно рассматривать последовательности частичных сумм ряда $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$

3 Ряд $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется сходящимся, если сходится последовательность его частных сумм. Сумма сходящегося ряда – предел последовательности его частных сумм. $S = \lim_{n\to\infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$

4 Если последовательность частных сумм ряда расходится, т.е. не имеет предела, или имеет бесконечный предел, то ряд называется расходящимся и ему не ставят в соответствие никакой суммы.

5 Свойства рядов:

а) Сходимость или расходимость ряда не нарушится если изменить, отбросить или добавить конечное число членов ряда.

б) Рассмотрим два ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} Ca_n$, где C – постоянное число. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится и его сумма равна S, то ряд тоже $\sum_{n=1}^{\infty} Ca_n$ сходится, и его сумма равна CS. ($C \neq 0$)

в) Рассмотрим два ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Суммой или разностью этих рядов будет называться ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$, где элементы получены в результате сложения (вычитания) исходных элементов с одинаковыми номерами. Если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся и их суммы равны соответственно S_1 и S_2, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ тоже сходится и его сумма равна $S_1 + S_2$.

г) Разность двух сходящихся рядов также будет сходящимся рядом.

д) Сумма сходящегося и расходящегося рядов будет расходящимся рядом.

е) О сумме двух расходящихся рядов общего утверждения сделать нельзя.

6 Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то необходимо, чтобы общий член a_n стремился к нулю. Однако, это условие не является достаточным. Можно говорить только о том, что если общий член не стремится к нулю, то ряд точно расходится.

7 Признак сравнения рядов с неотрицательными членами: Пусть даны два ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, a_n, $b_n \geq 0$. Если $a_n \leq b_n$ при любом n, то из сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ следует сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, а из расходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ следует расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$.

8 Предельный признак Даламбера: Если существует предел $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, то при $p < 1$ ряд сходится, а при $p > 1$ – расходится. Если $p = 1$, то на вопрос о сходимости ответить нельзя.

9 Признак Коши. (радикальный признак): Если для ряда с неотрицательными членами существует предел $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$, то при $q<1$ ряд сходится, а при $q>1$ ряд расходится.

10 Числовой ряд называется знакопеременным, если он содержит бесконечное множество как положительных, так и отрицательных членов.

11 Знакопеременный ряд $a_1 + a_2 + ... + a_n + ...$ сходится, если сходится ряд $|a_1| + |a_2| + ... + |a_n| + ...$. В этом случае знакопеременный ряд называют абсолютно сходящимся. Сходящийся знакопеременный ряд называют условно сходящимся, если ряд $|a_1| + |a_2| + ... + |a_n| + ...$ расходится.

12 Теорема Лейбница: Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, если выполняются оба условия:

1) $|a_{n+1}| < |a_n|$; 2) $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$

Задание

1 Найти сумму ряда
2 Исследовать положительные ряды на сходимость
3 Исследовать знакопеременные ряды на сходимость

Пример выполнения:

Задание 1

Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{5^n}$

Решение:

Если n четное, то $(-1)^n=1$, если n нечетное, то $(-1)^n=-1$. Заменим четное n на 2k, а нечетное на 2k+1 и разобьем ряд на две части:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{5^n}=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2\kappa}}{5^{2\kappa}}+\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2\kappa+1}}{5^{2\kappa+1}}=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{1}{25^{\kappa}}+\sum_{\kappa=1}^{\infty}\frac{-1}{5\cdot 25^{\kappa}}=\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left(\frac{1}{25}\right)^{\kappa}-\frac{1}{5}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left(\frac{1}{25}\right)^{\kappa}=\frac{4}{5}\sum_{\kappa=1}^{\infty}\left(\frac{1}{25}\right)^{\kappa}=$$

Получили бесконечно убывающую геометрическую прогрессию:

$$=\frac{4}{5}\cdot\frac{1/25}{1-1/25}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1/25}{24/25}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{24}=\frac{1}{30}$$

Задание 2

Исходные данные:

1 Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$.

Решение:

Воспользуемся признаком Даламбера:

$$a_n=\frac{n}{2^n};\quad a_{n+1}=\frac{n+1}{2^{n+1}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)2^n}{2\cdot 2^n n}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{n}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)}{1}=\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}<1\Rightarrow$ ряд сходится

2 Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{3n^2+5}\right)^n$.

Решение:

Воспользуемся признаком Коши:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{2n^2+1}{3n^2+5}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+1}{3n^2+5}\right)=\frac{2}{3}<1\Rightarrow \text{ ряд сходится}$$

3 Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^5+19}}$.

Решение:

Воспользуемся признаком сравнения:

$$n^5+19>n^5 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n^5+19}}<\frac{1}{n^{\frac{5}{2}}} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^5+19}}<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{5}{2}}}$$

$$\textit{ряд } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\frac{5}{2}}} \textit{ сходится, т.к.} \frac{5}{2}>1$$

Значит исходный ряд сходится

Задание 3

Исходные данные:

1 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(2n+1)!}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

Общий член ряда $a_n=(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(2n+1)!}$

$|a_n|=\frac{2^n}{(2n+1)}$. Исследуем этот ряд на сходимость, применим признак Далабера:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}(2n+1)!}{(2n+2+1)!2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot 2^n(2n+1)!}{(2n+3)!2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{(2n+2)(2n+3)}=0$$

Следовательно, исходный ряд сходится абсолютно.

2 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5n-1}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

а) Применим признак Лейбница:

$$|a_{n+1}|=\frac{1}{5n+5-1}=\frac{1}{5n+4}<\frac{1}{5n-1}=|a_n|\,;\ \lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{5n-1}=0$$

Значит, ряд сходится

б) Рассмотрим сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^{n+1}}{5n-1}\right|=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n-1}$ используя признак сравнения:

$\frac{1}{5n-1}>\frac{1}{5n}$. Ряд $\frac{1}{5}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится, следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n-1}$ расходится

в) Таким образом, исходный ряд сходится условно.

3 Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{3n+2}$ на абсолютную и условную сходимость.

Решение:

Применим признак Лейбница: $\lim_{n\to\infty}|a_n|=\lim_{n\to\infty}\frac{2n+1}{3n+2}=\frac{2}{3}\neq 0$

Поэтому данный ряд расходится.

Задания к практической работе.

Задание 1

1	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{10^n}$	**11**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{7^n}$	**21**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{6^n}-\frac{1}{8^n}\right)$
2	$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)}$	**12**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{4^n}+\frac{3}{2^n}\right)$	**22**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{5^n}$	**13**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{6^n}-\frac{1}{3^n}\right)$	**23**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4^n}+\frac{1}{2^n}\right)$
4	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}-\frac{2}{3^n}\right)$	**14**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$	**24**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{11}{4^n}-\frac{5}{2^n}\right)$
5	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}-\frac{2}{3^n}\right)$	**15**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$	**25**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{5^n}$	**16**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{5^n}-\frac{5}{3^n}\right)$	**26**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{9^n}$	**17**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{5^n}-\frac{5}{7^n}\right)$	**27**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{3^n}+\frac{3}{4^n}\right)$
8	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{10^n}$	**18**	$\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{(n-2)n}$	**28**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4^n}+\frac{2}{5^n}\right)$
9	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}\right)$	**19**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{7^n}+\frac{5}{3^n}\right)$	**29**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{6^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5^n}$	**20**	$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n-1)(n+1)}$	**30**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{6^n}$

Задание 2

1	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n^2-4}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)!}$	**11**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n+1}{2^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)!}{10}$	**21**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n}{7^n}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^2(n+3)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n}$	**12**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8n}{7n+3}\right)^n$	**22**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n}{9n+1}\right)^n$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n+1}{2^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$	**13**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$	**23**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+2}{2n+1}\right)^n$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$

4	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8}{3}\right)^n$	**14**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)^n}{(5n)^n}$	**24**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{3^n}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{10^n}$	**15**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+2}{2n+1}\right)^n$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n}{(n+1)!}$	**25**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n^2-4}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{(2n-1)!}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(3n+1)!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^3(n^2-4)}}$	**16**	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(3n-1)!}$	**26**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^2(n-3)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{2n+1}\right)^n$
7	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+2}{2n+1}\right)^n$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^3(n^3+4)}}$	**17**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n^2-4}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8n+2}{3n}\right)^n$	**27**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-3}{8^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{4n+3}\right)^n$
8	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^4(n^2+3)}}$	**18**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2(n^3+3)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n$	**28**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{2^n}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n^2-4}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{(7n-5)!}$	**19**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+7}{2^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8n+2}{3n}\right)^n$	**29**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{12^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{n^2(n-5)}}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7n-3}{9n}\right)^n$	**20**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^3(n^3+11)}}$	**30**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+5}{7n}\right)^n$

Задание 3

1	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$	**11**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$	**21**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$
2	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n+3)}}$	**12**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{3^n}$	**22**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+1}{3^n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$	**13**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{n!}$	**23**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(n+1)!}$
4	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$	**14**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$	**24**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$

5	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+1}{3^n}$	**15**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n+3)}}$	**25**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{3^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(n+1)!}$	**16**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$	**26**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{n!}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$	**17**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$	**27**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{3^n}$	**18**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4^n+1}{3^n}$	**28**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2(n+3)}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{n!}$	**19**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{(n+1)!}$	**29**	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5^n+1}{2^n}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^2-4}}$	**20**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n-4}$	**30**	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2(n-3)^2}}$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы № 17

Тема занятия: *сходимость числовых рядов*

Цель выполнения задания: *исследование числового ряда на сходимость*

Необходимо знать: *основные формулы и признаки сравнения числовых рядов*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и признаки сравнения числовых рядов*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: - *ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме;* - *изучить схему решения задач;* - *выполнить задания практической работы;* - *сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *Могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: *1 Что такое числовой ряд? 2 Что называется частичной суммой ряда? 3 Какой ряд называется сходящимся? 4 Какой ряд называется расходящимся? 5 Свойства числовых рядов. 6 Необходимое условие сходимости ряда. 7 Является ли необходимое условие сходимости достаточным? 8 В чем заключается признак сравнения сходимости ряда? 9 Признак Даламбера сходимости числового ряда. 10 Радикальный признак Коши сходимости числового ряда 11 Что такое знакопеременный числовой ряд? 12 Что такое абсолютно сходящийся числовой ряд? 13 Что такое условно сходящийся числовой ряд? 14 Признак Лейбница сходимости числового ряда.*

Литература:

1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 2
2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003
3 http://ru.wikipedia.org
4 http://www.cleverstudents.ru/numerical_series.html
5 http://rudocs.exdat.com/
6 http://www.math24.ru/alternating-series.html
7 http://abc.vvsu.ru/Books/t_chisl_r/page0003.asp
8 http://xplusy.isnet.ru/Files/Files_rjadi/Abs_i_usl.pdf