

Практическая работа 3

Минимизация логической функции

Цель работы: Научиться минимизировать совершенные дизъюнктивные нормальные формы логической функции

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Сложность логической функции, а отсюда сложность и стоимость реализующей ее схемы (цепи), пропорциональны числу логических операций и числу вхождений переменных или их отрицаний. В принципе любая логическая функция может быть упрощена непосредственно с помощью аксиом и теорем логики, но, как правило, такие преобразования требуют громоздких выкладок. Поэтому более целесообразно использовать специальные алгоритмические методы минимизации, позволяющие проводить упрощение функции более просто, быстро и безошибочно.

2 Минимизация — представление функции в ДНФ или КНФ с минимальным количеством членов и минимальным набором переменных.

3 К методам минимизации относятся:

- метод Квайна;
- метод карт Карно;
- метод испытания импликант;
- метод импликантных матриц;
- метод Квайна-Мак-Класки и др.

4 Преобразование функции методом Квайна можно разделить на два этапа:

- на первом этапе осуществляется переход от канонической формы (СДНФ или СКНФ) к так называемой сокращённой форме;
- на втором этапе — переход от сокращённой формы к минимальной форме.

Задание

Для заданной булевой функции $f(x, y, z)$:

- найти двоичную форму булевой функции;
- составить СДНФ функции;
- минимизировать СДНФ функции.

Пример выполнения:

Исходные данные:

$$f = (\bar{x} \vee z) \leftrightarrow (x \rightarrow \bar{y}).$$

Решение:

1 Для того, чтобы найти двоичную форму булевой функции, составим таблицу истинности функции $f = (\bar{x} \vee z) \leftrightarrow (x \rightarrow \bar{y})$:

x	y	z	$\partial 1$	$\partial 2$	$\partial 3$	$\partial 4$	$\partial 5$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	0	0

По результатам в последней колонке $f(x, y, z) = (11110110)$

2 Составим СДНФ функции. Функция принимает значение 1 на наборах 000, 001, 010, 011, 101, 110. Нулю соответствует переменная с отрицанием, единице – без отрицания. Получим СДНФ:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z$$

3 Минимизируем СКНФ функции, для этого:

– перегруппируем элементарные конъюнкции так, чтобы между двумя членами, содержащими одинаковые переменные, вхождения которых (прямые и инверсные) совпадали для всех переменных, кроме одной

$$f(x, y, z) = \underline{\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z} \vee \underline{\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z;$$

– последние два члена нельзя сгруппировать, но, используя закон идемпотентности ($A \vee A = A$), продублируем подходящие конъюнкции:

$$f(x, y, z) = \underline{\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z} \vee \underline{\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz} \vee \underline{x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z} \vee \underline{x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z};$$

– в этом случае все переменные в паре, кроме одной, можно вынести за скобки

$$f(x, y, z) = \underline{\bar{x}\bar{y}(\bar{z} \vee z)} \vee \underline{\bar{x}y(\bar{z} \vee z)} \vee \underline{\bar{y}z(x \vee \bar{x})} \vee \underline{y\bar{z}(x \vee \bar{x})};$$

– а оставшиеся в скобках прямое и инверсное вхождение одной переменной подвергнуть склейке $x \vee \bar{x} = 1$

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y \vee \bar{y}z \vee y\bar{z};$$

– при необходимости можно повторить действия:

$$f(x, y, z) = \underline{\bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y} \vee \bar{y}z \vee y\bar{z} = \bar{x}(\bar{y} \vee y) \vee \bar{y}z \vee y\bar{z} = \bar{x} \vee \bar{y}z \vee y\bar{z}.$$

Задания к практической работе.

Задание 1

- | | |
|--|---|
| <p>1 $(A \leftrightarrow B) \vee \overline{AB} \vee C$</p> <p>2 $(A \rightarrow B) \vee \overline{AC} \vee BC$</p> <p>3 $(AC \rightarrow B) \vee \overline{AC}$</p> <p>4 $\overline{AB} \vee (A \leftrightarrow C) \vee B$</p> <p>5 $(\overline{A} \rightarrow B) \wedge (\overline{AC} \vee BC)$</p> <p>6 $(A \leftrightarrow C) \vee \overline{AB} \vee AC$</p> <p>7 $(A \rightarrow C) \vee \overline{AB} \vee BC$</p> <p>8 $(C \leftrightarrow B) \vee \overline{AC} \vee BC$</p> <p>9 $(BC \rightarrow A) \vee \overline{AC}$</p> <p>10 $(\overline{AB} \rightarrow \overline{C}) \vee \overline{AC}$</p> <p>11 $(\overline{A} \rightarrow C) \wedge (\overline{BC} \vee AB)$</p> <p>12 $(\overline{A} \leftrightarrow B) \wedge (A \rightarrow BC)$</p> <p>13 $(B \rightarrow C) \vee \overline{AB} \vee \overline{AC}$</p> <p>14 $(A \rightarrow \overline{BC}) \vee \overline{AB} \vee \overline{BC}$</p> <p>15 $(\overline{AC} \rightarrow \overline{B}) \vee \overline{BC}$</p> | <p>16 $B \vee (A \leftrightarrow CB) \vee \overline{AC}$</p> <p>17 $(AC \rightarrow B) \vee \overline{ABC}$</p> <p>18 $(\overline{A} \leftrightarrow C) \wedge (\overline{BC} \rightarrow AB)$</p> <p>19 $(B \rightarrow C) \vee (B \rightarrow AC)$</p> <p>20 $(AB \rightarrow C) \vee A \vee \overline{AC}$</p> <p>21 $(A \leftrightarrow C) \vee (\overline{AB} \rightarrow C)$</p> <p>22 $(\overline{AB} \rightarrow \overline{C}) \vee ABC$</p> <p>23 $(AB \rightarrow C) \vee \overline{AC}$</p> <p>24 $(\overline{A} \rightarrow BC) \wedge (A \leftrightarrow C)$</p> <p>25 $(\overline{A} \leftrightarrow B) \vee (A \rightarrow BC)$</p> <p>26 $(\overline{A} \rightarrow B) \wedge (\overline{CA} \rightarrow B)$</p> <p>27 $(A \rightarrow \overline{BC}) \vee \overline{AB} \vee BC$</p> <p>28 $(A \rightarrow C) \vee \overline{AB} \vee BC$</p> <p>29 $(\overline{A} \rightarrow \overline{B}) \wedge (\overline{BA} \rightarrow C)$</p> <p>30 $(\overline{AB} \rightarrow \overline{C}) \vee \overline{ABC}$</p> |
|--|---|

Задание 2

№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$	№	$f(x, y, z)$
1	$(x \rightarrow (y \downarrow z)) \oplus y$	11	$(x \vee \overline{z}) \rightarrow (\overline{y} \downarrow z)$	21	$((x \downarrow \overline{y}) \leftrightarrow z) \oplus y$
2	$((x \mid z) \rightarrow y) \oplus \overline{z}$	12	$(\overline{x} \vee y) \leftrightarrow (z \oplus x)$	22	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \overline{y})$
3	$((x \downarrow y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	13	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \overline{y})$	23	$(\overline{y} \rightarrow z) \leftrightarrow (x \downarrow y)$
4	$((y \mid z) \rightarrow \overline{x}) \leftrightarrow z$	14	$(x \vee \overline{y}) \rightarrow (\overline{z} \mid y)$	24	$(\overline{x} \wedge y) \rightarrow (\overline{z} \leftrightarrow x)$
5	$((x \downarrow y) \rightarrow \overline{z}) \oplus x$	15	$(z \rightarrow \overline{x}) \leftrightarrow (x \downarrow y)$	25	$(x \downarrow \overline{y}) \rightarrow (y \leftrightarrow \overline{x})$
6	$(y \vee z) \rightarrow (x \leftrightarrow \overline{y})$	16	$(x \vee \overline{z}) \downarrow (y \vee z)$	26	$(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y \vee x)$
7	$(x \downarrow y) \oplus (\overline{y} \rightarrow z)$	17	$(x \wedge \overline{y}) \leftrightarrow (\overline{z} \vee y)$	27	$(x \leftrightarrow \overline{y}) \vee (z \rightarrow x)$
8	$((x \mid y) \rightarrow z) \leftrightarrow y$	18	$(\overline{x} \wedge z) \rightarrow (y \leftrightarrow x)$	28	$(x \rightarrow y) \wedge (\overline{y} \leftrightarrow z)$
9	$(\overline{x} \vee y) \rightarrow (y \leftrightarrow \overline{z})$	19	$(x \downarrow y) \oplus (\overline{y} \leftrightarrow z)$	29	$(x \vee \overline{z}) \downarrow (y \rightarrow z)$
10	$((x \leftrightarrow \overline{y}) \rightarrow z) \downarrow y$	20	$(\overline{x} \vee y) \leftrightarrow (z \rightarrow x)$	30	$(x \leftrightarrow y) \vee (\overline{z} \rightarrow x)$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы 3

Тема занятия: *минимизация логической функции*

Цель выполнения задания: *научиться минимизировать совершенные дизъюнктивные нормальные формы логической функции*

Необходимо знать: *основные понятия, формулы и правила алгебры логики*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила алгебры логики*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *Компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: *- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: *1 Для чего используется минимизация логических функций? 2 Что такое минимизация функции? 3 Какие методы минимизации существуют? 3 В чем суть метода Квайна?*

Литература:

1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.

2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.

3 Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. - М. : Техносфера, 2005. - 400 с.

4 Осипова В.А. Основы дискретной математики/В.А.Осипова – М.: ФОРУМ: ИНФА-М, 2012. – 160 с.

5 <http://ru.wikipedia.org/wiki>

6 <http://habrahabr.ru/post/93296/>

7 http://www.e-ope.ee/_download/euni_repository/file/2156/LP2_LoogikaU.zip/LP2_Loogika/__4.html