

Практическая работа 5

Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах

Цель работы: закрепить навыки выполнения действий с комплексными числами

Содержание работы.

Основные понятия.

1 Комплексным числом называется число вида $z = x + iy$, где x и y – действительные числа, i – мнимая единица, то есть число квадрат которого равен -1 , x – действительная часть, y – мнимая часть, если $x = 0$, то число $z = iy$ чисто мнимое. Запись $z = x + iy$ – алгебраическая форма записи числа.

2 Два комплексных числа $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называются равными ($z_1 = z_2$) тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны их мнимые части: $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$. Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не вводятся.

3 Два комплексных числа вида $z = x + iy$ и $\bar{z} = x - iy$ называются сопряженными.

4 Всякое комплексное число $z = x + iy$ можно изобразить точкой $M(x, y)$ плоскости Oxy и, наоборот, каждую точку $M(x, y)$ координатной плоскости можно рассматривать как образ комплексного числа $z = x + iy$. Плоскость, на которой изображаются комплексные числа, называется комплексной плоскостью. Комплексное число $z = x + iy$ можно также изобразить в виде радиус-вектора $\vec{r} = \overline{OM}$

5 Длина вектора $r = |\overline{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ называется модулем комплексного числа.

6 Угол φ , образованный вектором OM с положительным направлением оси Ox называется аргументом комплексного числа: $\varphi = \text{Arg } z$. Аргумент комплексного числа величина многозначная $\text{Arg } z = \arg z + 2\pi k$, где $\arg z$ –

главное значение аргумента. $-\pi < \arg z \leq \pi$ (или $[0, 2\pi)$). Угол φ таков, что

$$\cos \varphi = \frac{x}{r}; \quad \sin \varphi = \frac{y}{r}$$

7 Суммой комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число z вида $z = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$;

8 Произведением комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число $z = (x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + x_2y_1)$;

9 Разностью комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число z такое, что $z_2 + z = z_1$, откуда находим $z = z_1 - z_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$.

10 Частным комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число z такое, что $z_2 \cdot z = z_1$. Отсюда находим

$$z = \left(\frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}, \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \right)$$

11 Пусть $z = x + iy$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и $\varphi = \arg z$. Тогда тригонометрическая форма записи комплексного числа $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, где $\cos \varphi = \frac{x}{r}$; $\sin \varphi = \frac{y}{r}$

12 Для того, чтобы перейти от алгебраической формы записи комплексного числа к тригонометрической форме, нужно найти его модуль $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и один из аргументов $\cos \varphi = \frac{x}{r}$; $\sin \varphi = \frac{y}{r} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

13 Пусть $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$, тогда произведение $z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$

14 Пусть $z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$, тогда частное $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$

15 Видно, что в тригонометрической форме операции умножения и деления производятся особенно просто: для того, чтобы перемножить (разделить) два комплексных числа, нужно перемножить (разделить) их модули и сложить (вычесть) их аргументы.

16 Пусть $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ и $n \in \mathbb{Z}$, тогда степень $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

17 Пусть $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ и $n \in \mathbb{Z}$, тогда корень z n -ной степени

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$$

18 Пусть $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ и $n \in \mathbb{Z}$, тогда корень z n -ной степени имеет n различных значений

19 Показательная и тригонометрические функции в области комплексных чисел связаны между собой формулой $e^{i\varphi} = (\cos \varphi + i \sin \varphi)$, которая носит название *формулы Эйлера*.

20 Показательная форма записи комплексного числа имеет вид $z = re^{i\varphi}$

21 Действия над комплексными числами в показательной форме выполняются по правилам степеней: пусть $z_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$ и $z_2 = r_2 e^{i\varphi_2}$, тогда

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}; \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}; \quad z_1^n = r_1^n e^{in\varphi_1}$$

Задание

1 Даны числа z_1 и z_2 . Выполнить следующие действия над комплексными числами в алгебраической форме: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) z_1 / z_2 ;

д) $(z_1 + 3)z_2 + \frac{z_1 \cdot i}{z_2 - 4i} - 2$

2 Выполнить действия над числами в тригонометрической форме: а) $z_1 \cdot z_2$; б) z_1 / z_2 ; в) z_2^6 .

3 Выполнить действия в тригонометрической форме и представить результат в тригонометрической, алгебраической и показательной формах

4 Найти значения корней

Примеры выполнения:

Задание 1

Исходные данные:

Даны числа $z_1 = 6 - 2i$ $z_2 = 3 + i$.

Решение:

а) $z_1 + z_2 = 6 - 2i + 3 + i = 9 - i$;

б) $z_1 - z_2 = 6 - 2i - 3 - i = 3 - 3i$;

в) $z_1 \cdot z_2 = (6 - 2i)(3 + i) = 18 - 6i + 6i - 2i^2 = 20$;

г) $z_1 / z_2 = \frac{6 - 2i}{3 + i} = \frac{(6 - 2i)(3 - i)}{(3 + i)(3 - i)} = \frac{27 - 6i - 6i + 2i^2}{9 - i^2} = \frac{25 - 12i}{10} = 2,5 - 1,2i$;

$$\begin{aligned}
 \text{д) } (z_1 + 3)z_2 + \frac{z_1 \cdot i}{z_2 - 4i} - 2 &= (6 - 2i + 3)(3 + i) + \frac{(6 - 2i)i}{3 + i - 4i} - 2 = (9 - 2i)(3 + i) + \frac{6i - 2i^2}{3 - 3i} - 2 = \\
 &= 25 + 9i - 6i - 2i^2 + \frac{(2 + 6i)(3 + 3i)}{(3 - 3i)(3 + 3i)} = 27 + 3i + \frac{6 + 6i + 18i + 18i^2}{9 - 9i^2} = 27 + 3i + \frac{-12 + 24i}{18} = 27 + 3i + \\
 &+ \frac{-2}{3} + \frac{4}{3}i = \frac{81}{3} + \frac{9}{3}i - \frac{2}{3} + \frac{4}{3}i = \frac{79}{3} + \frac{13}{3}i
 \end{aligned}$$

Задание 2

Исходные данные:

$$\text{Даны числа } z_1 = 3(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) \quad z_2 = 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } z_1 \cdot z_2 &= 3(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) \cdot 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) = 6(\cos(75^\circ + 15^\circ) + i \sin(75^\circ + 15^\circ)) = \\
 &= 6(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) = 6i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } z_1 / z_2 &= \frac{3(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)}{2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)} = \frac{3}{2}(\cos(75^\circ - 15^\circ) + i \sin(75^\circ - 15^\circ)) = \frac{3}{2}(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = \\
 &= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \frac{3}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}i
 \end{aligned}$$

$$\text{в) } z_2^6 = [2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)]^6 = 2^6(\cos(6 \cdot 15^\circ) + i \sin(6 \cdot 15^\circ)) = 64(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) = 64i$$

Задание 3

Исходные данные:

$$\text{Найти } z = \left(\frac{3 - \sqrt{3}i}{1 + i} \right)^8$$

Решение:

а) Переведем числитель в тригонометрическую форму:

$$r = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} \cos \phi = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \phi = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\phi = -\frac{\pi}{6}; \quad 3 - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)$$

б) Переведем знаменатель в тригонометрическую форму:

$$r = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\phi = \frac{\pi}{4}; \quad 1 + i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{aligned}
\text{в)} \left(\frac{3 - \sqrt{3}i}{1 + i} \right)^8 &= \left(\frac{2\sqrt{3} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)}{\sqrt{2} \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right)} \right)^8 = \left(\sqrt{6} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \right)^8 = \\
&= \left(\sqrt{6} \left(\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right) \right) \right)^8 = 1296 \left(\cos\left(-\frac{40\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{40\pi}{12}\right) \right) = \\
&= 1296 \left(\cos\left(-\frac{10\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{10\pi}{3}\right) \right) = 1296 \left(\cos\left(-2\pi - \pi - \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{10\pi}{3}\right) \right) = \\
&= 1296 \left(\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \right) = 1296 \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) \\
z &= 1296 e^{\frac{2\pi}{3}i}
\end{aligned}$$

$$z = 1296 \left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) = -\frac{1296}{2} + \frac{1296\sqrt{3}}{2}i = -648 + 648\sqrt{3}i$$

Задание 4

Исходные данные:

Найти $\sqrt[4]{-16}$.

Решение:

а) Представим в тригонометрической форме -16 :

$$r = \sqrt{(-16)^2} = 16$$

$$\begin{cases} \cos \phi = -1 \\ \sin \phi = 0 \end{cases}$$

$$\phi = \pi; \quad -16 = 16(\cos \pi + i \sin \pi)$$

б) Найдем корень:

$$\sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16(\cos \pi + i \sin \pi)} = 2 \left(\cos \frac{\pi + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi + 2\pi k}{4} \right) = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \right) \right)$$

в) Найдем различные корни:

$$k = 0 \Rightarrow \sqrt[4]{-16} = 2 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

$$k = 1 \Rightarrow \sqrt[4]{-16} = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right) \right) = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = 2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

$$k = 2 \Rightarrow \sqrt[4]{-16} = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) \right) = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) = 2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$$

$$k = 3 \Rightarrow \sqrt[4]{-16} = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} \right) \right) = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) = \sqrt{2} - \sqrt{2} i$$

Задания к практической работе.

Задание 1

1. $z_1 = 3 + 2i, z_2 = -1 + 5i$
2. $z_1 = 1 + 3i, z_2 = -2 + 4i$
3. $z_1 = -2 + i, z_2 = 4 + i$
4. $z_1 = -2 + 2i, z_2 = 1 + 3i$
5. $z_1 = 5 + i, z_2 = -1 - i$
6. $z_1 = 3 - 2i, z_2 = 4 + 2i$
7. $z_1 = 5 + i, z_2 = 1 + 2i$
8. $z_1 = 3 + i, z_2 = 4 + 2i$
9. $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 2i$
10. $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -1 - i$
11. $z_1 = -2 + i, z_2 = 5 + i$
12. $z_1 = -1 - i, z_2 = 5 - i$
13. $z_1 = 3 + 3i, z_2 = -1 + i$
14. $z_1 = 5 + 2i, z_2 = 1 + i$
15. $z_1 = -6 + i, z_2 = 1 - i$
16. $z_1 = 4 - i, z_2 = 7 + i$
17. $z_1 = -3 - 2i, z_2 = 1 + i$
18. $z_1 = 6 + i, z_2 = 1 + 2i$
19. $z_1 = -2 + 2i, z_2 = 1 + 3i$
20. $z_1 = 4 + i, z_2 = -1 + 6i$
21. $z_1 = -1 + 5i, z_2 = 2 + i$
22. $z_1 = 5 + i, z_2 = -1 + i$
23. $z_1 = 1 - 3i, z_2 = 2 + 2i$
24. $z_1 = 4 + 3i, z_2 = 2 + i$
25. $z_1 = -5 + i, z_2 = 1 - i$
26. $z_1 = 4 - 3i, z_2 = 1 + i$
27. $z_1 = 6 + i, z_2 = 2 + 2i$
28. $z_1 = -3 - i, z_2 = 1 + 4i$
29. $z_1 = 5 + i, z_2 = 3 - 3i$
30. $z_1 = 2 + 2i, z_2 = -4 + i$
31. $z_1 = 1 + 5i, z_2 = -2 - 2i$
32. $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 4 - 3i$

Задание 2

1. $z_1 = 8(\cos 55^\circ + \sin 55^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$
2. $z_1 = 5(\cos 48^\circ + \sin 48^\circ), z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ),$
3. $z_1 = 3(\cos 70^\circ + \sin 70^\circ), z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ),$
4. $z_1 = 10(\cos 105^\circ + \sin 105^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$
5. $z_1 = 12(\cos 145^\circ + \sin 145^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$
6. $z_1 = 7(\cos 255^\circ + \sin 255^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$
7. $z_1 = 9(\cos 168^\circ + \sin 168^\circ), z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ),$
8. $z_1 = 6(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ), z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ),$
9. $z_1 = 3(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$
10. $z_1 = 10(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$

11. $z_1 = 9(\cos 123^\circ + \sin 123^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ)$,
12. $z_1 = 5(\cos 160^\circ + \sin 160^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)$,
13. $z_1 = 3(\cos 235^\circ + \sin 235^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ)$,
14. $z_1 = 4(\cos 30^\circ + \sin 30^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$,
15. $z_1 = 2(\cos 258^\circ + \sin 258^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ)$,
16. $z_1 = 7(\cos 115^\circ + \sin 115^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)$,
17. $z_1 = 14(\cos 310^\circ + \sin 310^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ)$,
18. $z_1 = 8(\cos 45^\circ + \sin 45^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$,
19. $z_1 = 6(\cos 213^\circ + \sin 213^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ)$,
20. $z_1 = 9(\cos 70^\circ + \sin 70^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)$,
21. $z_1 = 4(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ)$,
22. $z_1 = 6(\cos 300^\circ + \sin 300^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$,
23. $z_1 = 3(\cos 33^\circ + \sin 33^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ)$,
24. $z_1 = 5(\cos 250^\circ + \sin 250^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)$,
25. $z_1 = 8(\cos 85^\circ + \sin 85^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ)$,
26. $z_1 = 10(\cos 165^\circ + \sin 165^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$,
27. $z_1 = 9(\cos 48^\circ + \sin 48^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ)$,
28. $z_1 = 5(\cos 100^\circ + \sin 100^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)$,
29. $z_1 = 4(\cos 175^\circ + \sin 175^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ)$,
30. $z_1 = 16(\cos 120^\circ + \sin 120^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$,

Задание 3

- | | | |
|--|---|--|
| 1 $\left(\frac{0,5-i \cdot 0,5\sqrt{3}}{0,5\sqrt{3}-i \cdot 0,5}\right)^3$ | 2 $(2+\sqrt{12}i)^5$ | 3 $[(\sqrt{3}-i)(-1+i)]^4$ |
| 4 $\left(\frac{1-i}{-2-2i}\right)^{-4}$ | 5 $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^{-3}$ | 6 $\left(\frac{2\sqrt{3}-2i}{\sqrt{3}+i}\right)^3$ |
| 7 $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^6$ | 8 $\left(\frac{1-i}{-2-2i}\right)^{-6}$ | 9 $[(\sqrt{3}-i)(-1+i)]^6$ |
| 10 $\left(\frac{2\sqrt{3}-2i}{\sqrt{3}+i}\right)^3$ | 11 $(2+\sqrt{12}i)^5$ | 12 $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^6$ |

13 $(-3 - \sqrt{3}i)^4$

14 $(1 - \sqrt{3}i)^6$

15 $[(\sqrt{3} - i)(-1 + i)]^{-3}$

16 $\left(\frac{1 - i}{-2 - 2i}\right)^{-6}$

17 $\left(\frac{2\sqrt{3} - 2i}{\sqrt{3} + i}\right)^3$

18 $(-3 - \sqrt{3}i)^3$

19 $\left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)^{12}$

20 $\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - i}\right)^6$

21 $\left(\frac{0,5 - i \cdot 0,5\sqrt{3}}{0,5\sqrt{3} - i \cdot 0,5}\right)^4$

22 $\left(\frac{0,5 - i \cdot 0,5\sqrt{3}}{0,5\sqrt{3} - i \cdot 0,5}\right)^4$

23 $\left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)^{12}$

24 $\left(\frac{i - 1}{1 + i}\right)^{-3}$

25 $(1 - \sqrt{3}i)^6$

26 $(1 - \sqrt{3}i)^6$

27 $(2 + \sqrt{12}i)^5$

28 $(-3 - \sqrt{3}i)^3$

29 $\left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)^{12}$

30 $\frac{i - 1}{1 + i}$

Задание 4

1 $\sqrt[4]{i}$

11 $\sqrt[3]{8}$

21 $\sqrt[4]{1}$

2 $\sqrt[4]{-i}$

12 $\sqrt[3]{-27i}$

22 $\sqrt{-36i}$

3 $\sqrt[3]{-i}$

13 $\sqrt[3]{27i}$

23 $\sqrt{36i}$

4 $\sqrt[3]{-1}$

14 $\sqrt[3]{-27}$

24 $\sqrt[4]{-81i}$

5 $\sqrt[4]{16i}$

15 $\sqrt[3]{27}$

25 $\sqrt[4]{81i}$

6 $\sqrt[4]{-16i}$

16 $\sqrt[3]{-64i}$

26 $\sqrt[4]{-81}$

7 $\sqrt{16i}$

17 $\sqrt[3]{-64}$

27 $\sqrt[4]{81}$

8 $\sqrt[3]{-8i}$

18 $\sqrt[3]{64i}$

28 $\sqrt[4]{-16i}$

9 $\sqrt[3]{-8}$

19 $\sqrt{-16i}$

29 $\sqrt[3]{-8}$

10 $\sqrt[3]{8i}$

20 $\sqrt[3]{1}$

30 $\sqrt[3]{8i}$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы 5

Тема занятия: действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах

Цель выполнения задания: закрепить навыки выполнения действий с комплексными числами

Необходимо знать: основные формулы и правила работы с комплексными числами

Необходимо уметь: применять основные формулы и правила работы с комплексными числами

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Компьютерные программы: компьютерные программы не используются

Теория: для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы

Порядок выполнения задания, методические указания: - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод

Дополнительные задания: Могут быть сформулированы по ходу занятия

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе

Контрольные вопросы: 1 Что такое комплексное число? 2 Что такое мнимая единица? 3 Что такое действительная часть числа? 4 Что такое мнимая часть числа? 5 Как сравнить два комплексных числа? 6 Какие числа называются сопряженными? 7 Как представить комплексное число графически? 8 Что такое модуль числа? 9 Что такое аргумент числа? 10 Сколько может быть модулей и аргументов у комплексного числа? 11 Как найти аргумент числа? 12 Как найти сумму комплексных чисел? 13 Как найти разность комплексных чисел? 14 Как найти произведение комплексных чисел? 15 Как найти частное комплексных чисел? 16 Что такое тригонометрическая форма записи комплексного числа? 17 Как перевести число в тригонометрическую форму? 18 Как найти произведение чисел в тригонометрической форме? 19 Как найти частное чисел в

тригонометрической форме? 20 Как найти возвести число в тригонометрической форме в целую степень? 21 Как найти корень n -ной степени из числа в тригонометрической форме? 22 Формула Эйлера 23 Как представить комплексное число в показательной форме? 24 Как связаны тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел? 25 Как найти произведение чисел в показательной форме? 26 Как найти частное чисел в показательной форме? 27 Как найти возвести число в показательной форме в целую степень? 28 Как найти корень n -ной степени из числа в показательной форме?

Литература:

- 1 Ю.М.Колягин Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 1
- 2 И.Л.Соловейчик Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003
- 3 Н.В. Богомолов Сборник задач по математике, -М, 2006
- 4 <http://mvm-math.narod.ru>
- 5 <http://www.pm298.ru>
- 6 <http://www.fxyz.ru>
- 7 <http://old.college.ru>
- 8 <http://fxdx.ru>
- 9 <http://webmath.exponenta.ru>