

Практическая работа 8

Задание бинарных отношений с помощью графов

Цель работы: научиться задавать бинарные отношения с помощью графов

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Компьютерные программы: компьютерные программы не используются

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Любой оргграф $G(V, E)$ без кратных дуг задает бинарное отношение E на множестве V , и обратно, пара элементов принадлежит отношению $(v_i, v_j) \in E \subseteq V \times V$ тогда и только тогда, когда в графе G есть дуга (v_i, v_j)

2 Граф, соответствующий рефлексивному отношению, в каждой вершине имеет петлю. Граф, соответствующий антирефлексивному отношению, не имеет петель. Графы отношений, которые не являются ни рефлексивными, ни антирефлексивными, имеют вершины с петлями и вершины без петель одновременно.

3 Если в графе симметричного отношения есть дуга (x, y) , то должна быть и дуга (y, x) .

4 Если граф транзитивного отношения содержит дуги (x, y) и (y, z) , то он должен содержать дугу (x, z) .

Задания

1 На множестве A задано бинарное отношение R . Необходимо изобразить оргграф, соответствующий отношению R и определить свойства этого отношения.

2 Изобразите граф с пятью вершинами, соответствующий $a)$ рефлексивному симметричному и нетранзитивному отношению

3 Изобразите граф с пятью вершинами, соответствующий антирефлексивному, несимметричному и транзитивному отношению;

Пример выполнения:

Задание 1

Исходные данные:

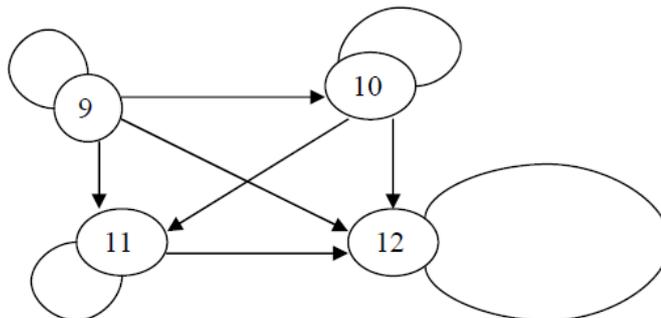
На множестве $A = \{9, 10, 11, 12\}$ задано бинарное отношение $R = \{(a, b) | a - b < 1\}$. Необходимо изобразить оргграф, соответствующий отношению R и определить свойства этого отношения.

Решение

1 Найдем декартов квадрат $A = A \times A = \{(9, 9), (9, 10), (9, 11), (9, 12), (10,9), (10, 10), (10, 11), (10, 12), (11, 9), (11, 10), (11, 11), (11, 12), (12, 9), (12, 10), (12, 11), (12, 12)\}$.

2 Укажем элементы отношения $R = \{(9, 9), (9, 10), (9, 11), (9, 12), (10,10), (10, 11), (10, 12), (11, 11), (11, 12), (12, 12)\}$.

3 Множество A содержит четыре элемента, значит орграф отношения R имеет четыре вершины. В соответствии с элементами множества R строим дуги графа:



4 Определим свойства отношения. Все вершины графа имеют петли, это согласуется с тем, что отношение R рефлексивное. По рисунку видно, что R транзитивно: дуги $(9, 10)$, $(10, 12)$ и $(9, 12)$ принадлежат графу; также дуги $(9,11)$, $(11, 12)$ и $(9, 12)$ принадлежат графу; дуги $(10, 11)$, $(11, 12)$ и $(10, 12)$ принадлежат графу.

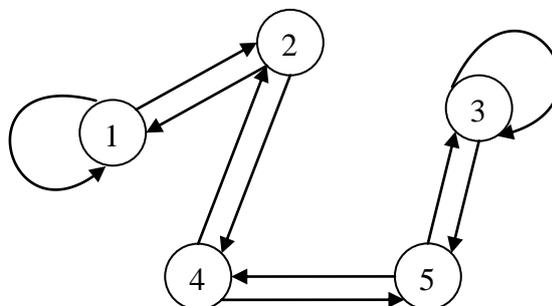
Значит бинарное отношение рефлексивно, транзитивно и не симметрично

Задание 2

Исходные данные:

Изобразите граф с пятью вершинами, соответствующий нерефлексивному и неантирефлексивному, симметричному отношению;

Решение:



Задания к практической работе.

Задание 1

Вариант	Множество A	Отношение \mathfrak{R}
1	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a < b\}$
2	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a \leq b\}$
3	$\{2, 3, 4, 7\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b\}$
4	$\{2, 4, 6, 8\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{четное}\}$
5	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a - b < 1\}$
6	$\{2, 4, 8, 10\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a - b) : 3\}$
7	$\{1, 2, 5, 7\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 3\}$
8	$\{2, 6, 18, 30\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{нечетное}\}$
9	$\{1, 3, 7, 9\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 4\}$
10	$\{6, 7, 8, 9\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid b - a < 1\}$
11	$\{3, 9, 15, 21\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 6\}$
12	$\{4, 8, 16, 20\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{четное}\}$
13	$\{4, 8, 16, 20\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid b : a\}$
14	$\{10, 11, 12, 13\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a \geq b\}$
15	$\{16, 17, 18, 19\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a > b\}$
16	$\{12, 13, 14, 15\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a > b\}$
17	$\{6, 7, 8, 9\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a \geq b\}$
18	$\{5, 6, 10, 18\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid b : a\}$
19	$\{1, 2, 4, 6\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{четное}\}$
20	$\{2, 4, 16, 22\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 6\}$
21	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid b - a < 1\}$
22	$\{2, 6, 10, 14\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 4\}$
23	$\{3, 9, 21, 27\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{нечетное}\}$
24	$\{2, 4, 16, 22\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a + b) : 3\}$
25	$\{1, 4, 7, 10\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid (a - b) : 3\}$
26	$\{5, 6, 7, 8\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a - b < 1\}$
27	$\{3, 6, 12, 18\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b - \text{четное}\}$
28	$\{2, 3, 5, 9\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a : b\}$
29	$\{5, 6, 7, 8\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a \leq b\}$
30	$\{7, 8, 9, 10\}$	$\mathfrak{R} = \{(a, b) \mid a < b\}$

Порядок выполнения задания, методические указания: - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе

Контрольные вопросы:

- 1 Как с помощью графа изобразить бинарное отношение?
- 2 Граф рефлексивного отношения
- 3 Граф антирефлексивного отношения
- 4 Как в графе отображается нерефлексивное отношение?
- 5 Как по графу определить симметричное, антисимметричное и несимметричное отношение
- 6 Граф транзитивного отношения

Литература:

- 1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.
- 2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.
- 3 Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. - М. : Техносфера, 2005. - 400 с.
- 4 Осипова В.А. Основы дискретной математики/В.А.Осипова – М.: ФОРУМ: ИНФА-М, 2012. – 160 с.
- 5 Омельченко В.П., Курбатова Э.В. Математика Ростов-на-Дону Феникс 2012г.
- 6 <http://ru.wikipedia.org/wiki>
- 7 <http://habrahabr.ru/post/93296/>
- 8 http://www.e-ope.ee/_download/euni_repository/file/2156/LP2_LoogikaU.zip/LP2_Loogika/___4.html
- 9 <http://cyberfac.ru>
- 10 <http://www.matburo.ru>
- 11 <http://www.toehelp.ru>